**沐彬中学2019届文科数学综合测试（四）**

一**选择题(本大题共12个小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项**

**是符合题目要求的)**

1．已知集合，，则集合=（ ）

A． B． C． D．

2.（ ）

A． B． C． D．

3．设，都是不等于1的正数，则“”是“”成立的（ ）

A．充要条件 B．充分不必要条件

C．必要不充分条件 D．既不充分也不必要条件

4．执行如图所示的程序框图，则输出的的值等于（ ）

A．3 B．21 C． D．

5.某景区在开放时间内，每个整点时会有一趟观光车从景区入口发车，某人上午到达景区入口，准备乘坐观光车，则他等待时间不多于10分钟的概率为$($　　$)$

A. $\frac{1}{10}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{5}{6}$

6．已知的内角，，所对边分别为，，，且满足，则（ ）

1.  B． C． D．

7.在$△ABC$中，$|BC|=4$，$(\vec{AB}+\vec{AC})⋅\vec{BC}=0$，则$\vec{BA}⋅\vec{BC}=($　　$)$

A. 4 B. $-4$ C. $-8$ D. 8

8．一个几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为（ ）

A． B． C． D．

9．已知三点*A*（1，0），*B*（0，$\sqrt{3}$），*C*（2，$\sqrt{3}$）则△*ABC*外接圆的圆心到原点的距离为（　　）

A．$\frac{5}{3}$ B．$\frac{\sqrt{21}}{3}$ C．$\frac{2\sqrt{5}}{3}$ D．$\frac{4}{3}$

10．如图所示，过抛物线的焦点的直线，

交抛物线于点，．交其准线于点，若，且，

则此抛物线的方程为（ ）

A． B． C． D．

11．函数的图像大致为（ ）

A． B．

C． D．

12．已知函数，若函数恰有两个零点，

则实数的取值范围为（ ）

A． B． C． D．

**二、填空题（每题5分，满分20分，将答案填在答题纸上）**

13.设，满足约束条件，则的最大值为\_\_\_\_．

14．已知函数*f*（*x*）＝cos（2*x*+）﹣cos2*x*，其中*x*∈**R**，给出下列四个结论：

①函数*f*（*x*）是最小正周期为π的奇函数；②函数*f*（*x*）图象的一条对称轴是直线*x*＝；

③函数*f*（*x*）图象的一个对称中心为（，0）；

④函数*f*（*x*）的单调递增区间为[*k*π+，*k*π+]，*k*∈**Z**．其中正确的结论序号

15．已知一个四面体*ABCD*的每个顶点都在表面积为9π的球*O*的表面上，且*AB*＝*CD*＝*a*，*AC*＝*AD*＝*BC*＝*BD*＝，则*a*＝　 　．

16．已知*f*（*x*）是*R*上的偶函数，且当*x*≥0时，*f*（*x*）＝*x*3+2*x*，则不等式*f*（*x*﹣2）＜3的解集　 　．

**三、解答题 （本大题共6小题，17至20每题12分，22题10分，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）**

17．已知数列{*an*}中，$a\_{1}=1，a\_{n}=2a\_{n-1}+1(n\geq 2，n\in N^{\*})$．

（1）记*bn*＝log2（*an*+1），判断{*bn*}是否为等差数列，并说明理由：

（2）在（1）的条件下，设$c\_{n}=\frac{b\_{n}}{a\_{n}+1}$，求数列{cn}的前*n*项和*Tn*．

18．如图所示，在四棱锥*P*﹣*ABCD*中，*PD*⊥平面*ABCD*，底面*ABCD*是矩形，*AD*＝*PD*，*E*、*F*分别是*CD*、*PB*的中点．

（Ⅰ）求证：*EF*⊥平面*PAB*；

（Ⅱ）设*AB*$=\sqrt{3}$*BC*＝3，求三棱锥*P*﹣*AEF*的体积．



19．*A*药店计划从甲，乙两家药厂选择一家购买100件某种中药材，为此*A*药店从这两家药厂提供的100件该种中药材中随机各抽取10件，以抽取的10件中药材的质量（单位：克）作为样本，样本数据的茎叶图如图所示．已知*A*药店根据中药材的质量（单位：克）的稳定性选择药厂．

（1）根据样本数据，*A*药店应选择哪家药厂购买中药材？（不必说明理由）

（2）若将抽取的样本分布近似看作总体分布，药店与所选药厂商定中药材的购买价格如表：

|  |  |
| --- | --- |
| 每件中药材的质量*n*（单位：克） | 菁优网：http://www.jyeoo.com购买价格（单位：元/件） |
| *n*＜15 | 50 |
| 15≤*n*≤20 | *a* |
| *n*＞20 | 100 |

（ⅰ）估计*A*药店所购买的100件中药材的总质量；

（ⅱ）若*A*药店所购买的100件中药材的总费用不超过7000元，求*a*的最大值．

20．已知椭圆$C：\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a＞b＞0)$经过$A(1，\frac{\sqrt{2}}{2})，B(\frac{\sqrt{2}}{2}，-\frac{\sqrt{3}}{2})$两点，*O*为坐标原点．

（1）求椭圆*C*的标准方程；

（2）设动直线*l*与椭圆*C*有且仅有一个公共点，且与圆*O*：*x*2+*y*2＝3相交于*M*，*N*两点，试问直线*OM*与*ON*的斜率之积*kOM*•*kON*是否为定值？若是，求出该定值；若不是，说明理由．

21．设函数$f(x)=e^{x}-ax+\frac{a}{2}$，*a*＞0．

（Ⅰ）若曲线*y*＝*f*（*x*）在点（1，*f*（1））处的切线与*x*轴平行，求*a*；

（Ⅱ）当*x*＜1时，函数*f*（*x*）的图象恒在*x*轴上方，求*a*的最大值．

22．已知直线*l*的参数方程为$\left\{\begin{matrix}x=1+2t\\y=\frac{1}{2}-t\end{matrix}\right.$，曲线*C*的参数方程为$\left\{\begin{matrix}x=2cosθ\\y=sinθ\end{matrix}\right.$，

设直线*l*与曲线*C*交于两点*A*，*B*．

（1）求|*AB*|；

（2）设*P*为曲线*C*上的一点，当△*ABP*的面积取最大值时，求点*P*的坐标．

23．设函数*f*（*x*）＝|*ax*+1|+|*x*﹣*a*|（*a*＞0），*g*（*x*）＝*x*2﹣*x*．

（Ⅰ）当*a*＝1时，求不等式*g*（*x*）≥*f*（*x*）的解集；

（Ⅱ）已知*f*（*x*）≥2恒成立，求*a*的取值范围．

**沐彬中学文科数学综合测试（四）参考答案**

 **2019-4**

**一、选择题：本大题考查共10小题，每小题5分，满分60分．**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **题号** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| **答案** | **A** | **B** | **D** | **C** | B | **A** | **D** | **C** | **B** | **A** | **A** | **C** |

**二、填空题：本大题共5小题，每小题5分，满分20分．其中14~15题是选做题，考生只能选做一题．**

13. 5 　 　14. ②③④　　 15.  16, （1，3）

10.如图，过作垂直于抛物线的准线，垂足为，

过作垂直于抛物线的准线，垂足为，为准线与轴的交点，

由抛物线的定义，，，

因为，所以，所以，

，所以，即，

11. 【解析】，

即，故为奇函数，排除C，D选项，排除B选项，故选A．

12【解析】作出函数的图象，

函数恰有两个零点，即为的图象和直线有两个交点，

当直线与相切，可得有两个相等实根，

可得，即，由图象可得当时，的图象和直线有两个交点，

15.【解：由题意可知，四面体*ABCD*的对棱都相等，故该四面体可以通过补形补成一个长方体，

如图所示：设*AF*＝*x*，*BF*＝*y*，*CF*＝*z*，

则，又，

可得*x*＝*y*＝2，∴*a*＝．故答案为：．

【解答】解：∵*x*≥0时，*f*（*x*）＝*x*3+2*x*；

∴*f*（*x*）在[0，+∞）上单调递增，*f*（1）＝3；又*f*（*x*）是*R*上的偶函数；

∴由*f*（*x*﹣2）＜3得，*f*（|*x*﹣2|）＜*f*（1）；∴|*x*﹣2|＜1；解得1＜*x*＜3；∴原不等式的解集为（1，3）．

三、解答题（本题共6小题，共70分，要求写出必要的演算、推理、证明过程）

18解：（1）根据题意，*bn*＝log2（*an*+1），

当*n*＝1时，有*b*1＝log2（*a*1+1）＝log22＝1；

当*n*≥2时，$b\_{n}-b\_{n-1}=log\_{2}(a\_{n}+1)-log\_{2}(a\_{n-1}+1)=log\_{2}\frac{a\_{n}+1}{a\_{n-1}+1}=log\_{2}\frac{2a\_{n-1}+2}{a\_{n-1}+1}=log\_{2}2=1$；

所以数列{*bn*}是以1为首项、公差为1的等差数列．

（2）由（1）的结论，数列{*bn*}是以1为首项、公差为1的等差数列，则*bn*＝2+（*n*﹣1）＝*n*，

则$a\_{n}+1=2^{n}$，于是$c\_{n}=\frac{n}{2^{n}}$，

$T\_{n}=1×\frac{1}{2}+2×(\frac{1}{2})^{2}+3×(\frac{1}{2})^{3}+\cdots +(n-1)×(\frac{1}{2})^{n-1}+n×(\frac{1}{2})^{n}$，①

$\frac{1}{2}T\_{n}=1×(\frac{1}{2})^{2}+2×(\frac{1}{2})^{3}+\cdots +(n-1)×(\frac{1}{2})^{n}+n×(\frac{1}{2})^{n+1}$，②

①﹣②可得：$\frac{1}{2}T\_{n}=\frac{1}{2}+(\frac{1}{2})^{2}+(\frac{1}{2})^{3}+\cdots +(\frac{1}{2})^{n}-n×(\frac{1}{2})^{n+1}$，

$=\frac{\frac{1}{2}-(\frac{1}{2})^{n+1}}{1-\frac{1}{2}}-n×(\frac{1}{2})^{n+1}=1-\frac{1}{2^{n}}-\frac{n}{2^{n+1}}$，所以$T\_{n}=2-\frac{2+n}{2^{n}}$．

19解（Ⅰ）证明：∵*PD*⊥平面*ABCD*，*PD*⊂平面*PAD*，∴平面*PAD*⊥平面*ABCD*，

又平面*PAD*∩平面*ABCD*＝*AD*，底面*ABCD*是矩形，*BA*⊥*AD*，

∴*BA*⊥平面*PAD*，则平面*PBA*⊥平面*PAD*，

∵*AD*＝*PD*，取*PA*的中点*G*，连接*FG*，*DG*，则*DG*⊥*PA*，

∴*DG*⊥平面*PAB*．

又*E*、*F*分别是*CD*、*PB*的中点，*G*是*PA*的中点，底面*ABCD*是矩形，

∴四边形*EFGD*为矩形，则*DG*∥*EF*，

∴*EF*⊥平面*PAB*；

（Ⅱ）解：由*AB*$=\sqrt{3}$*BC*＝3，得*BC*$=\sqrt{3}$，*AB*＝3，*AD*＝*AP*$=\sqrt{3}$，且*F*是*PB*的中点．

∴*VP*﹣*AEF*＝*VB*﹣*AEF*＝*VF*﹣*ABE*$=\frac{1}{2}V\_{P-ABE}=\frac{1}{2}⋅\frac{1}{3}S\_{△ABE}⋅PD=\frac{1}{2}×\frac{1}{3}×\frac{1}{2}×3×\sqrt{3}×\sqrt{3}=\frac{3}{4}$．

20解：（1）根据样本数据知，*A*药店应选择乙药厂购买中药材；

（2）（ⅰ）从乙药厂所抽取的每件中药材的质量平均数为

$\overline{x}=\frac{1}{10}×$（7+9+11+12+12+17+18+21+21+22）＝15；

估计*A*药店所购买的100件中药材的总质量为100×15＝1500克；

（ⅱ）乙药厂所提供的每件中药材的质量*n*＜15的概率为$\frac{5}{10}=$0.5，

15≤*n*≤20的概率为$\frac{2}{10}=$0.2，*n*＞20的概率为$\frac{3}{10}=$0.3，

则*A*药店所购买的100件中药材的总费用为100×（50×0.5+0.2*a*+100×0.3）；

依题意得100×（50×0.5+0.2*a*+100×0.3）≤7000，解得*a*≤75，∴*a*的最大值为75．

21. 解：（1）依题意，$\left\{\begin{matrix}\frac{1}{a^{2}}+\frac{1}{2b^{2}}=1\\\frac{1}{2a^{2}}+\frac{3}{4b^{2}}=1\end{matrix}\right.$，解得$\left\{\begin{matrix}a^{2}=2\\b^{2}=1\end{matrix}\right.$，∴椭圆方程为$\frac{x^{2}}{2}+y^{2}=1$；

（2）当直线*l*的斜率存在时，可设直线*l*：*y*＝*kx*+*m*，

与椭圆方程联立可得（1+2*k*2）*x*2+4*kmx*+2*m*2﹣2＝0，由相切可得△＝8（2*k*2﹣*m*2+1）＝0，即*m*2＝2*k*2+1，

联立$\left\{\begin{matrix}y=kx+m\\x^{2}+y^{2}=3\end{matrix}\right.$，得（1+*k*2）*x*2+2*kmx*+*m*2﹣3＝0，设*M*（*x*1，*y*1），*N*（*x*2，*y*2），

则$\left\{\begin{matrix}4(3k^{2}+3-m^{2})＞0\\x\_{1}+x\_{2}=-\frac{2km}{1+k^{2}}\\x\_{1}x\_{2}=\frac{m^{2}-3}{1+k^{2}}\end{matrix}\right.$，∴$y\_{1}y\_{2}=(kx\_{1}+m)(kx\_{2}+m)=k^{2}x\_{1}x\_{2}+km(x\_{1}+x\_{2})+m^{2}=\frac{m^{2}-3k^{2}}{1+k^{2}}$，

进而$k\_{OM}⋅k\_{ON}=\frac{y\_{1}y\_{2}}{x\_{1}x\_{2}}=\frac{m^{2}-3k^{2}}{m^{2}-3}$，将*m*2＝2*k*2+1代入4（3*k*2+3﹣*m*2）＞0恒成立，

∴$k\_{OM}⋅k\_{ON}=\frac{y\_{1}y\_{2}}{x\_{1}x\_{2}}=\frac{m^{2}-3k^{2}}{m^{2}-3}=\frac{2k^{2}+1-3k^{2}}{2k^{2}+1-3}=\frac{1-k^{2}}{2k^{2}-2}=-\frac{1}{2}$，故*kOM*•*kON*是定值且定值为$-\frac{1}{2}$．

当直线*l*的斜率不存在时，直线*l*的方程为*x*$=\pm \sqrt{2}$．

若直线*l*的方程为*x*$=\sqrt{2}$，则*M*，*N*的坐标为（$\sqrt{2}，-1$），（$\sqrt{2}，1$），此时满足*kOM*•*kON*$=-\frac{1}{2}$．

若直线*l*的方程为*x*$=-\sqrt{2}$，则*M*，*N*的坐标为（$-\sqrt{2}$，﹣1），（$-\sqrt{2}$，1），此时也满足足*kOM*•*kON*$=-\frac{1}{2}$．

综上，*kOM*•*kON*为定值且定值为$-\frac{1}{2}$．

22. 解：（Ⅰ）∵$f(x)=e^{x}-ax+\frac{a}{2}$，∴*f*'（*x*）＝*ex*﹣*a*，∴*f*'（1）＝*e*﹣*a*，

由题设知∴*f*'（1）＝0，即*e*﹣*a*＝0，解得*a*＝*e*．经验证*a*＝*e*满足题意．

（Ⅱ）令*f*'（*x*）＝0，即*ex*＝*a*，则*x*＝*lna*，（1）当*lna*＜1时，即0＜*a*＜*e*

对于任意*x*∈（﹣∞，*lna*）有*f*'（*x*）＜0，故*f*（*x*）在（﹣∞，*lna*）单调递减；

对于任意*x*∈（*lna*，1）有*f*'（*x*）＞0，故*f*（*x*）在（*lna*，1）单调递增，

因此当*x*＝*lna*时，*f*（*x*）有最小值为$a-alna+\frac{a}{2}=a(\frac{3}{2}-lna)＞0$成立．

（2）当*lna*≥1时，即*a*≥*e*

对于任意*x*∈（﹣∞，1）有*f*'（*x*）＜0，故*f*（*x*）在（﹣∞，1）单调递减，

所以*f*（*x*）＞*f*（1）．因为*f*（*x*）的图象恒在*x*轴上方，所以*f*（1）≥0，

因为*f*（*x*）＞0，所以*f*（1）≥0，即*a*≤2*e*，综上，*a*的最大值为2*e*．

22.解：（1）直线*l*的参数方程为$\left\{\begin{matrix}x=1+2t\\y=\frac{1}{2}-t\end{matrix}\right.$可化为*x*+2*y*＝2，

曲线*C*的参数方程为$\left\{\begin{matrix}x=2cosθ\\y=sinθ\end{matrix}\right.$，可化为$\frac{x^{2}}{4}+y^{2}=1$

两方程联立，可得*y*2﹣*y*＝0，∴*y*＝0或1，∴*A*（2，0），*B*（0，1），∴|*AB*|$=\sqrt{5}$；

（2）设*P*（2cosθ，sinθ），则

*P*到*AB*的距离为$\frac{|2cosθ+2sinθ-2|}{\sqrt{5}}=\frac{|2\sqrt{2}sin(θ+\frac{π}{4})-2|}{\sqrt{5}}$

∴$sin(θ+\frac{π}{4})=$1，即θ$=\frac{5π}{4}$时*d*最大，即△*ABP*的面积取最大值，点*P*的坐标为（$-\sqrt{2}$，$-\frac{\sqrt{2}}{2}$）．

23.解：（1）当*a*＝1时，*g*（*x*）≥*f*（*x*）⇔$\left\{\begin{matrix}x\leq -1\\x^{2}-x\geq -x-1-x+1\end{matrix}\right.$或$\left\{\begin{matrix}-1＜x＜1\\x^{2}-x\geq 2\end{matrix}\right.$或$\left\{\begin{matrix}x\geq 1\\x^{2}-x\geq x+1+x-1\end{matrix}\right.$，

解得*x*≤﹣1或*x*≥3，

所以原不等式的解集为{*x*|*x*≤﹣1或*x*≥3}

（2）*f*（*x*）$=\left\{\begin{matrix}-(a+1)x-1+a，&x\leq -\frac{1}{a}\\(a-1)x+1+a，&-\frac{1}{a}＜x＜a\\(a+1)x+1-a，&x\geq a\end{matrix}\right.$，

当0＜*a*≤1时，*f*（*x*）*min*＝*f*（*a*）＝*a*2+1≥2，*a*＝1；

当*a*＞1时，*f*（*x*）*max*＝*f*（$-\frac{1}{a}$）＝*a*$+\frac{1}{a}\geq $2，*a*＞1，

综上：*a*∈[1，+∞）

声明：试题解析著作权属菁优网所有，未经书面同意，不得复制发布