长沙市 2020 届高三年级统一模拟考试

数学（理科）参考答案及评分标准

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．D

解析：$\because 2^{x-1}>1, \therefore x>1$，又 $x^2-2x\le 0$，则 $0\le x\le 2$，$\therefore A\cap B=\left(1,2\right]$，故选 D.

2．D

解析：复数 $z=\dfrac{1+i}{i}=\dfrac{i+i^2}{i^2}=1-i$，故选 D

3．C

解析：在△CEF 中，$\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{CF}$. 因为点 E 为 DC 的中点，所以 $\overrightarrow{EC}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{DC}$. 因为 $\overrightarrow{CF}=2\overrightarrow{FB}$，

所以 $\overrightarrow{CF}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{CB}$. 所以 $\overrightarrow{EF}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{DC}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{CB}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{DA}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AD}$，故选 C

4．D

解析：当 $x\ge 0$ 时，函数 $y=\dfrac{x^2}{e^{x+1}}$，由 $y'=\dfrac{2x-x^2}{e^{x+1}}$ 可知原函数有且只有一个极大值点是 $x=2$，故选 D.

5．C

解析：设正方形的边长为 2，则图中阴影部分的面积为 $S=4\times\left(2\times\dfrac{1}{4}\pi\times 1^2-1\times 1\right)=2\pi-4$，

故所求恰好取自阴影部分的概率为 $P=\dfrac{2\pi-4}{4}=\dfrac{\pi}{2}-1$，故选 C

6. A

解析：$(3x+1)(\dfrac{1}{x}-1)^5$ 的展开式中的常数项为 $C_5^4\times 3\times\left(-1\right)^4+\left(-1\right)^5=14$，故选 A.

7．B

解析：由 $\cos\alpha\left(1+\sqrt{3}\tan 10^\circ\right)=1$ 可得 $\cos\alpha\dfrac{\sqrt{3}\sin 10^0+\cos 10^0}{\cos 10^0}=1$，即

$\cos\alpha\dfrac{2\sin 40^0}{\cos 10^0}=1$，所以 $\cos\alpha=\dfrac{\cos 10^0}{2\sin 40^0}=\dfrac{\sin 80^0}{2\sin 40^0}=\dfrac{2\sin 40^0\cos 40^0}{2\sin 40^0}=\cos 40^0$，

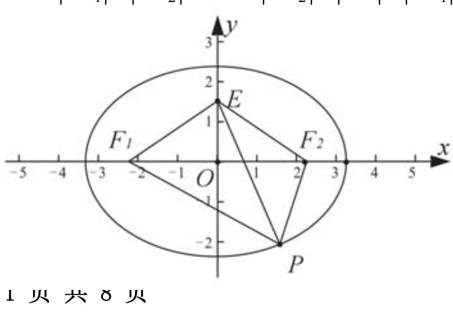
又 α 为锐角，故 $\alpha=40^0$，选 B

8．D

解析：ΔPEF_2 的周长为 $|PE|+|PF_2|+|EF_2|=|PE|+2a-|PF_1|+|EF_2|=2a+|EF_2|+|PE|-|PF_1|$

$\ge 2a+|EF_2|-|EF_1|=2a=3b$，

$\therefore e=\dfrac{c}{a}=\sqrt{1-(\dfrac{b}{a})^2}=\sqrt{1-\dfrac{4}{9}}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$，故选 D



9．C

解析：依题意三棱柱的外接球即为底面为正方形（边长为 2）、高为$3\sqrt{2}$的长方体的外接球，其直径为长方体的体对角线，设球的半径为R，则有

$\left(2R\right)^2=2^2+2^2+\left(3\sqrt{2}\right)^2=26$，故所求球体表面积为$4\pi R^2=26\pi$，故选 C

10．C

解析：当$n\geq 2$时，$a_{n-1}+S_{n-1}=2^{n-1}$，则$a_n-a_{n-1}+(S_n-S_{n-1})=2^n-2^{n-1}=2^{n-1}$，

即$2a_n-a_{n-1}=2^{n-1}$，则$b_n=\log_2 2^{n+1}=n+1$，从而$\frac{1}{nb_n}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$，

故$\frac{1}{b_1}+\frac{1}{2b_2}+\cdots+\frac{1}{99b_{99}}=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{99}-\frac{1}{100}=1-\frac{1}{100}=\frac{99}{100}$.　　故选 C

11．B

解析：函数$f\left(x\right)$的图象如图，

(1) 设$f(a)=f(b)=k$，则$k\in\left(2,4\right]$。

由$2+\log_{\frac{1}{2}}a=k, 2^b=k$，

得$a=(\frac{1}{2})^{k-2}$，$b=\log_2 k$。

当$k=4$时，$a=\frac{1}{4}, b=2, ab=\frac{1}{2}$。

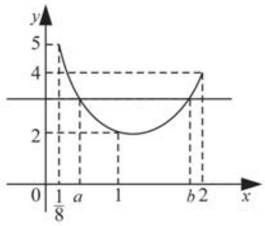


图1

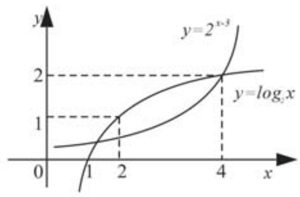


图2

考虑$ab-\frac{1}{2}=(\frac{1}{2})^{k-2}\times\log_2 k-\frac{1}{2}=(\frac{1}{2})^{k-2}\left(\log_2 k-2^{k-3}\right)$。

由图（2）可知，当$k\in\left(2,4\right]$时，

$\log_2 k-2^{k-3}\geq 0$，所以$ab-\frac{1}{2}\geq 0$，即$ab\geq\frac{1}{2}$，

故ab最小值为$\frac{1}{2}$．故选 B

12．B

解析：直线AB的方程为$y=-\frac{a}{b}\left(x-c\right)$.令$x=0$，得$C\left(0,\frac{ac}{b}\right)$.由$\begin{cases}y=-\frac{a}{b}\left(x-c\right)\\ y=\frac{b}{a}x\end{cases}$

解得$B\left(\frac{a^2}{c},\frac{ab}{c}\right)$，.由$\begin{cases}y=-\frac{a}{b}\left(x-c\right)\\ y=-\frac{b}{a}x\end{cases}$解得$A\left(\frac{a^2c}{a^2-b^2},\frac{-abc}{a^2-b^2}\right)$，由$\left|OA\right|=\frac{5}{3}a$得

$\left(\frac{a^2c}{a^2-b^2}\right)^2+\left(\frac{-abc}{a^2-b^2}\right)^2=\frac{25}{9}a^2$，

化简得$\left(a^2-4b^2\right)\left(4a^2-b^2\right)=0$，解得$\frac{b}{a}=\frac{1}{2}$或$\frac{b}{a}=2$.由于$C$位于$A,B$之间，故$\frac{b}{a}=\frac{1}{2}$

舍去，所以$\dfrac{b}{a}=2$，即$b=2a$.故$\dfrac{|FA|}{|FC|}=\dfrac{y_A}{y_C}=\dfrac{\dfrac{-abc}{a^2-b^2}}{\dfrac{ac}{b}}=\dfrac{b^2}{b^2-a^2}=\dfrac{4a^2}{3a^2}=\dfrac{4}{3}$.

另法：可知$\left|OF\right|=c,\left|OB\right|=a,\left|FB\right|=b$，设$\angle BOF=\alpha,\angle AOB=\beta$，

则$\cos\beta=\dfrac{3}{5}=-\cos2\alpha$，

解得$\sin\alpha=\dfrac{2\sqrt{5}}{5},\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{5}}{5},\tan\alpha=2$，于是$b=2a,c=\sqrt{5}a$，

利用相似可求得$\left|BC\right|=\dfrac{1}{2}a$，$\left|FC\right|=\dfrac{5}{2}a$，

利用平面几何知识可以求得 $\left|AC\right|=\dfrac{5}{6}a$，则$\dfrac{|FA|}{|FC|}=\dfrac{4}{3}$，故选 B

二、填空题：本大题共 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分.

13．$\dfrac{1}{2}$

解析：因$f\left(x\right)$是偶函数，故$f(-x)=f(x)$，

即$-ax-\log_2\left(2^{-x}+1\right)+\cos(-x)=ax-\log_2\left(2^{x}+1\right)+\cos x$，

$\therefore 2ax=\log_2\left(2^x+1\right)-\log_2\left(2^{-x}+1\right)=\log_2\dfrac{2^x+1}{2^{-x}+1}=x$，由$x$的任意性，可得$a=\dfrac{1}{2}$

14. 3

解析：由题意可知等比数列的公比$q\neq1$，否则S_3，S_9，S_6不成等差数列，

于是$2S_9=S_3+S_6\Rightarrow\dfrac{2a_1\left(1-q^9\right)}{1-q}=\dfrac{a_1\left(1-q^3\right)}{1-q}+\dfrac{a_1\left(1-q^6\right)}{1-q}$，解得$2q^6-q^3-1=0$，解得

$q^3=-\dfrac{1}{2}$，又由$a_2+a_5=6$，得$\dfrac{a_8}{q^6}+\dfrac{a_8}{q^3}=6$，解得$a_8=\dfrac{6q^6}{1+q^3}=\dfrac{6\times\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{2}}=3$

15. $\left(-\sqrt{3},2\right]$

解析：$\because$ 函数 $f(x)=2\sin\left(2x+\varphi\right)(\varphi>0)$ 的图象关于直线$x=\dfrac{\pi}{12}$对称，

$\dfrac{\pi}{6}+\varphi=k\pi+\dfrac{\pi}{2}$, $\varphi=k\pi+\dfrac{\pi}{3}\ (k\in Z)$,　　当$\varphi$ 取最小值时$\varphi=\dfrac{\pi}{3}$，

$f(x)=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$,　　$\because x_0\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right),\therefore 2x_0+\dfrac{\pi}{3}\in\left(\dfrac{\pi}{3},\dfrac{4\pi}{3}\right)$,

$-\sqrt{3}<2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)\le2$，即$a$的取值范围是$\left(-\sqrt{3},2\right]$.

16.　$8\sqrt{11}$

解析：如图，延长CA至D，使得$AD=6$，连接DB,PD，

因为 $AD=AB=6$，故 ΔADB 为等腰三角形，

又 $\angle DAB=180°-\angle CAB=120°$，故 $\angle ADB=\frac{1}{2}(180°-120°)=30°$，

所以 $\angle ADB+\angle DCB=90°$ 即 $\angle DBC=90°$，故 $CB\perp DB$，

因为 $PB=8, PC=10, BC=6$，所以 $PC^2=PB^2+BC^2$，所以 $CB\perp PB$，

因 $DB\cap PB=B$， $DB\subset$ 平面 PBD， $PB\subset$ 平面 PBD，所以 $CB\perp$ 平面 PBD，

所以 $V_{三棱锥P-CBD}=V_{三棱锥C-PBD}=\frac{1}{3}\times CB\times S_{\Delta PBD}$，

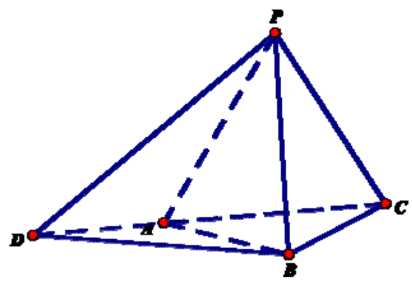
因为 $DA=AC=AP=6$，故 ΔPDC 为直角三角形，

所以 $PD=\sqrt{CD^2-PC^2}=\sqrt{144-100}=2\sqrt{11}$，

又 $DB=\sqrt{3}AD=6\sqrt{3}$，而 $PB=8$，

故 $DB^2=PD^2+PB^2$，即 ΔPBD 为直角三角形，

所以 $S_{\Delta PBD}=\frac{1}{2}\times 8\times 2\sqrt{11}=8\sqrt{11}$，



因 A 为 DC 的中点，所以 $V_{P-ABC}=\frac{1}{2}V_{P-CBD}=\frac{1}{2}V_{C--PBD}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times 8\sqrt{11}\times 6=8\sqrt{11}$，

所以 $V_{P-ABC}=8\sqrt{11}$.

三、解答题：本大题共 7 个小题，共 70 分，解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答，第 22，23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17.（本小题满分 12 分）

解析：（Ⅰ）由正弦定理得 $\sin A\sin(\pi-2C)=\sin C\sin(\pi-A)=\sin C\sin A$，（1 分）

因为 $\sin A\neq 0$，所以 $\sin(\pi-2C)=\sin C$，（2 分）

即 $\sin 2C=2\sin C\cos C=\sin C$.（3 分）

因为 $\sin C\neq 0$，所以 $\cos C=\frac{1}{2}$，（4 分）

因为 $0<C<\pi$，所以 $C=\frac{\pi}{3}$（5 分）

（Ⅱ）由 $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\sqrt{3}$，可得 $ab=4$.（6 分）

因为 $2a+b=6$，所以 $2a+\frac{4}{a}=6$，解得 $a=1$ 或 2（7 分）

当 $a=1$ 时， $b=4$，由余弦定理得 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C=13, c=\sqrt{13}$，

所以周长为 $5+\sqrt{13}$.（9 分）

当 $a=2$ 时，$b=2$，由余弦定理得 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C=4, c=2$，所以周长为 6.（11 分）

综上，△ABC 的周长为 6 或 $5+\sqrt{13}$.（12 分）

18.（本小题满分 12 分）.

解析：（Ⅰ）证明：$\because$ 四边形 BB_1C_1C 是菱形，$\therefore B_1C\perp BC_1$，（1 分）

$\because AB\perp B_1C, AB\cap BC_1=B$，（2 分）

$\therefore B_1C\perp$ 平面ABC_1，$\therefore B_1C\perp AO$，（3 分）

又$\because AB=AC_1$，O是BC_1的中点，$\therefore AO\perp BC_1$， （4 分）

又$\because B_1C\bigcap BC_1=O$，$\therefore AO\perp$平面$BB_1C_1C$ （5 分）

（Ⅱ）$\because AB//A_1B_1$，

$\therefore$直线A_1B_1与平面BB_1C_1C所成的角等于直线AB与平面BB_1C_1C所成的角.

$\because AO\perp$平面BB_1C_1C，$\therefore$直线AB与平面BB_1C_1C所成的角即为$\angle ABO$，

即$\angle ABO=45^0$。

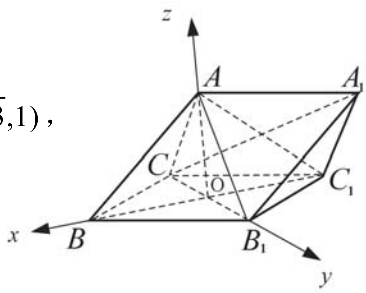
不妨设菱形BB_1C_1C的边长为2，则在等边三角形BB_1C中$BO=\sqrt{3},CO=B_1O=1$，

在$Rt\Delta ABO$中，$AO=BO=\sqrt{3}$， （7分）

以O为原点，分别以OB,OB_1,OA为x,y,z轴建立空间直角坐标系，

则$B_1(0,1,0),C(0,-1,0),A_1(-\sqrt{3},1,\sqrt{3}),C_1(-\sqrt{3},0,0)$，

$\overrightarrow{A_1B_1}=(\sqrt{3},0,-\sqrt{3}),\overrightarrow{B_1C_1}=(-\sqrt{3},-1,0)$， （8分）



设平面$A_1B_1C_1$的一个法向量为$\overrightarrow{n_1}=(x,y,z)$，

则$\begin{cases}\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{A_1B_1}=\sqrt{3}x-\sqrt{3}z=0\\ \overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{B_1C_1}=-\sqrt{3}x-y=0\end{cases}$，可得$\overrightarrow{n_1}=(1,-\sqrt{3},1)$， （9分）

而平面BB_1C_1C的一个法向量为$\overrightarrow{n_2}=(0,0,1)$， （10分）

则$\cos\langle\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\rangle=\dfrac{\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}}{|\overrightarrow{n_1}||\overrightarrow{n_2}|}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$， （11分）

$\therefore$二面角$A_1-B_1C_1-B$的余弦值的大小为$-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. （12分）

19.（本小题满分 12 分）

解析：（Ⅰ）设椭圆C_1的半焦距为c，依题意，可得$a=\dfrac{p}{2}$，则$C_2:y^2=4ax$， （1 分）

代入$x=c$，得$y^2=4ac$，即$y=\pm2\sqrt{ac}$，所以$4\sqrt{ac}=4\sqrt{2}$， （2 分）

则有$\begin{cases}ac=2\\ \dfrac{c}{a}=\dfrac{1}{2}\\ a^2=b^2+c^2\end{cases}\Rightarrow a=2,b=\sqrt{3}$ （4 分）

所以椭圆C_1的方程为$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$，抛物线$C_2$的方程为$y^2=8x$. （5 分）

（Ⅱ）依题意，当直线l的斜率不为 0 时，设其方程为$x=ty-4$，

联立$\begin{cases}x=ty-4\\ 3x^2+4y^2=12\end{cases}$，得$(3t^2+4)y^2-24ty+36=0$， （6 分）

设$M(x_1,y_1),N(x_2,y_2)$，则$E(x_1,-y_1)$，由$\Delta>0$，得$t<-2$ 或$t>2$， （7 分）

且 $y_1+y_2=\dfrac{24t}{3t^2+4},\ y_1y_2=\dfrac{36}{3t^2+4}$， （8 分）

根据椭圆的对称性可知，若直线EN过定点，此定点必在x轴上，设此定点为$Q(m,0)$

因斜率$k_{NQ}=k_{EQ}$，得$\dfrac{y_2}{x_2-m}=\dfrac{-y_1}{x_1-m}$，即$(x_1-m)y_2+(x_2-m)y_1=0$，

即$(ty_1-4-m)y_2+(ty_2-4-m)y_1=0$，即$2ty_1y_2-(m+4)(y_1+y_2)=0$，

即$2t\cdot\dfrac{36}{3t^2+4}-(m+4)\cdot\dfrac{24t}{3t^2+4}=0$，得$(3-m-4)t=(-m-1)t=0$，

由t的任意性可知$m=-1$．（11 分）

当直线l的斜率为 0 时，直线EN的方程即为$y=0$，也经过点$Q(-1,0)$，

所以当$t<-2$　或$t>2$时，直线EN恒过一定点$Q(-1,0)$．（12 分）

20.（本小题满分 12 分）

解析：(I) 因为随机地抽取一辆汽车是蓝色汽车的概率为$\dfrac{1}{4}$，（1 分）

用X表示“抽取的 5 辆汽车中蓝颜色汽车的个数”，则X服从二项分布，即$X\sim B(5,\dfrac{1}{4})$，

所以抽取的 5 辆汽车中有 2 辆是蓝颜色汽车的概率$P=C_5^2\left(\dfrac{3}{4}\right)^3\left(\dfrac{1}{4}\right)^2=\dfrac{135}{512}$．（4 分)

(2) ξ 的可能取值为：0，1，2，…，n．（5 分）

$P(\xi=0)=\dfrac{1}{4}$，$P(\xi=1)=\dfrac{3}{4}\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{3}{16}$，$P(\xi=2)=\left(\dfrac{3}{4}\right)^2\times\dfrac{1}{4}$，……，

$P(\xi=n-1)=\left(\dfrac{3}{4}\right)^{n-1}\cdot\dfrac{1}{4}$，　　$P(\xi=n)=\left(\dfrac{3}{4}\right)^n$．（7 分）

所以 ξ 的分布列为：（8 分）

ξ	0	1	2	……	$n-1$	n
P	$\dfrac{1}{4}$	$\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{1}{4}$	$\left(\dfrac{3}{4}\right)^2\dfrac{1}{4}$	……	$\left(\dfrac{3}{4}\right)^{n-1}\cdot\dfrac{1}{4}$	$\left(\dfrac{3}{4}\right)^n$

ξ的数学期望为：

$E\xi=1\times\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{1}{4}+2\times\left(\dfrac{3}{4}\right)^2\cdot\dfrac{1}{4}+3\times\left(\dfrac{3}{4}\right)^3\cdot\dfrac{1}{4}+\cdots+(n-1)\times\left(\dfrac{3}{4}\right)^{n-1}\cdot\dfrac{1}{4}+n\times\left(\dfrac{3}{4}\right)^n$，　(1)　（9 分）

$\dfrac{3}{4}E\xi=1\times\left(\dfrac{3}{4}\right)^2\cdot\dfrac{1}{4}+2\times\left(\dfrac{3}{4}\right)^3\cdot\dfrac{1}{4}+\cdots+(n-2)\times\left(\dfrac{3}{4}\right)^{n-1}\cdot\dfrac{1}{4}+(n-1)\times\left(\dfrac{3}{4}\right)^n\cdot\dfrac{1}{4}+n\times\left(\dfrac{3}{4}\right)^{n+1}$. (2)（10 分）

(1)－(2) 得：

$$\frac{1}{4}E\xi=\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4}+\left(\frac{3}{4}\right)^2\cdot\frac{1}{4}+\left(\frac{3}{4}\right)^3\cdot\frac{1}{4}+\cdots+\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}\cdot\frac{1}{4}+\left[n\times\left(\frac{3}{4}\right)^n-(n-1)\times\left(\frac{3}{4}\right)^n\cdot\frac{1}{4}-n\times\left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}\right]$$

$$\frac{1}{4}E\xi=\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4}+\left(\frac{3}{4}\right)^2\cdot\frac{1}{4}+\left(\frac{3}{4}\right)^3\cdot\frac{1}{4}+\cdots+\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}\cdot\frac{1}{4}+\left(\frac{3}{4}\right)^n\cdot\frac{1}{4},$$

$$E\xi=\frac{3}{4}+\left(\frac{3}{4}\right)^2+\left(\frac{3}{4}\right)^3+\cdots+\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}+\left(\frac{3}{4}\right)^n=\frac{\frac{3}{4}\left[1-\left(\frac{3}{4}\right)^n\right]}{1-\frac{3}{4}}=3\left[1-\left(\frac{3}{4}\right)^n\right].$$

所以$E\xi=3-3\times\left(\frac{3}{4}\right)^n$.（12 分）

21.（本小题满分 12 分）

解析：（1）由 $f(x)=ae^x-e^{-x}-(a+1)x$ 得 $f'(x)=ae^x+e^{-x}-(a+1)$，

即 $f'(x)=e^{-x}(e^x-1)(ae^x-1)$，（1 分）

由题意，若 $f(x)$ 存在极大值和极小值，则 $f'(x)=0$ 必有两个不相等的实数根，

由 $e^x-1=0$ 得 $x=0$，所以 $ae^x-1=0$ 必有一个非零实数根，

$\therefore a\neq 0,e^x=\frac{1}{a}$，$\therefore\frac{1}{a}>0$ 且 $\frac{1}{a}\neq 1$，$\therefore 0<a<1$ 或 $a>1$.

综上，实数 a 的取值范围为 $(0,1)\cup(1,+\infty)$.（4 分）

（2）当 $0<a<1$ 时，由（1）可知 $f(x)$ 的极大值点为 $x_1=0$，极小值点为 $x_2=-\ln a$，

此时 $f(x_1)=a-1,f(x_2)=1-a+(a+1)\ln a$，

依题意得 $a-1+k(1-a+(a+1)\ln a)>0$ 对任意 $0<a<1$ 恒成立，

由于此时 $f(x_2)<f(x_1)<0$，所以 $k<0$；（5 分）

所以 $k(a+1)\ln a>(a-1)(k-1)$，即 $\ln a<\left(1-\frac{1}{k}\right)\frac{a-1}{a+1}$，（6 分）

设 $g(x)=\ln x-\left(1-\frac{1}{k}\right)\frac{x-1}{x+1}$，$x\in(0,1)$，则

$$g'(x)=\frac{1}{x}-\left(1-\frac{1}{k}\right)\frac{2}{(x+1)^2}=\frac{(x+1)^2-2x\left(1-\frac{1}{k}\right)}{x(x+1)^2}=\frac{x^2+\frac{2}{k}x+1}{x(x+1)^2},$$

令 $x^2+\frac{2}{k}x+1=0$（*），判别式 $\Delta=\frac{4}{k^2}-4$.（8 分）

①当 $k\leq -1$ 时，$\Delta\leq 0$，所以 $g'(x)\geq 0,g(x)$ 在 $(0,1)$ 单调递增，

所以 $g(x)<g(1)=0$，即 $\ln a<\left(1-\frac{1}{k}\right)\frac{a-1}{a+1}$，符合题意；（9 分）

②当 $-1<k<0$ 时，$\Delta>0$，设（*）的两根为 x_3,x_4，且 $x_3<x_4$，

则 $x_3+x_4=-\frac{2}{k}>0,x_3x_4=1$，因此 $0<x_3<1<x_4$，

则当 $x_3<x<1$ 时，$g'(x)<0,g(x)$ 在 $(x_3,1)$ 单调递减，

所以当 $x_3 < a < 1$ 时，$g\left(a\right) > g\left(1\right) = 0$，即 $\ln a > \left(1-\frac{1}{k}\right)\frac{a-1}{a+1}$，

所以 $f\left(x_1\right) + kf\left(x_2\right) < 0$，矛盾，不合题意；

综上，k 的取值范围是 $k \le -1$.（12 分）

（二）选考题：共 10 分.请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22.（本小题满分 10 分）**选修 4－4：坐标系与参数方程**

解析：（Ⅰ）将 l_1, l_2 的参数方程转化为普通方程.

$l_1: y = k\left(x+\sqrt{3}\right)$,（1 分）

$l_2: y = \frac{1}{3k}\left(\sqrt{3}-x\right)$,（2 分）

两式相乘消 k 可得 $\frac{x^2}{3} + y^2 = 1$，（4 分）

由题意可知 $y \ne 0$，所以 C_1 的普通方程为 $\frac{x^2}{3} + y^2 = 1\left(y \ne 0\right)$.（5 分）

（Ⅱ）直线 C_2 的直角坐标方程为 $x + y - 6 = 0$，（6 分）

由（Ⅰ）知曲线 C_1 与直线 C_2 无公共点.

由于 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{3}\cos\alpha \\ y = \sin\alpha \end{cases}$（$\alpha$ 为参数，$\alpha \ne k\pi, k \in Z$），（7 分）

所以曲线 C_1 上的点 $Q\left(\sqrt{3}\cos\alpha, \sin\alpha\right)$ 到直线 $x + y - 6 = 0$ 的距离为

$$d = \frac{\left|\sqrt{3}\cos\alpha + \sin\alpha - 6\right|}{\sqrt{2}} = \frac{\left|2\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)-6\right|}{\sqrt{2}},$$（9 分）

所以当 $\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right) = -1$ 时，d 的最大值为 $4\sqrt{2}$.（10 分）

23.（本小题满分 10 分）选修 4－5：不等式选讲

解析：（Ⅰ）当 $x \ge 1$ 时，得 $x-1 \ge 3-2x \Rightarrow x \ge \frac{4}{3}, \therefore x \ge \frac{4}{3}$；（1 分）

当 $0 < x < 1$ 时，得 $1-x \ge 3-2x \Rightarrow x \ge 2$，$\therefore$ 无解 ；（2 分）

当 $x \le 0$ 时，得 $1-x \ge 3+2x \Rightarrow x \le -\frac{2}{3}$；（3 分）

综上，不等式的解集为 $\left\{x \middle| x \ge \frac{4}{3} \text{或} x \le -\frac{2}{3}\right\}$（5 分）

（Ⅱ）$\because g\left(x\right) = \left|x-1\right| + \left|x-5\right| \ge \left|\left(x-1\right)-\left(x-5\right)\right| = 4, \therefore m = 4$，即 $a + b = 4$，（7 分）

又由均值不等式有：$\frac{a^2}{b} + b \ge 2a, \frac{b^2}{a} + a \ge 2b$（9 分）

两式相加得 $\left(\frac{a^2}{b} + b\right) + \left(\frac{b^2}{a} + a\right) \ge 2a + 2b$，$\therefore \frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a} \ge a + b = 4$（10 分）