

绝密★启用前

天一大联考
“皖豫联盟体”2020届高中毕业班第三次考试

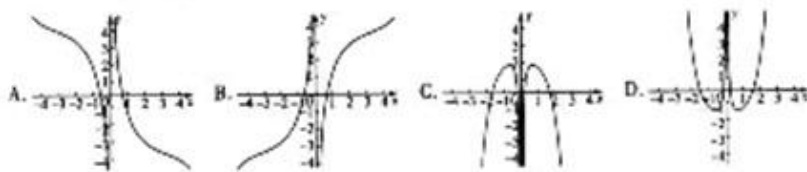
文科数学

考生注意：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上，并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

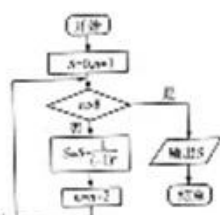
1. 已知集合 $A = (0, +\infty)$, $B = \{x \mid \sqrt{x+1} \leq 2\}$, 则 $A \cup B =$
 A. $[-1, 3]$ B. $(0, +\infty)$ C. $[-1, -\infty)$ D. $(-\infty, -1]$
2. 设复数 z 满足 $(1+i)(2-i) = zi$, 则 $z =$
 A. $3+i$ B. $1-3i$ C. $3-i$ D. $1+3i$
3. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1 = \frac{7}{2}$, $S_5 = 27$, 则 $a_{10} =$
 A. $\frac{27}{2}$ B. $\frac{35}{2}$ C. 36 D. 85
4. “三分损益法”是古代中国发明制定音律时所用的方法。其基本原理是：以一根确定长度的琴弦为基准，取此琴弦长度的 $\frac{2}{3}$ 得到第二根琴弦，第三根琴弦长度的 $\frac{2}{3}$ 为第三根琴弦，第三根琴弦长度的 $\frac{2}{3}$ 为第四根琴弦，第四根琴弦长度的 $\frac{2}{3}$ 为第五根琴弦。琴弦越短，发出的声音音调越高，这五根琴弦发出的声音按音调由低到高分别称为“宫、商、角(juǎo)、徵(zhǐ)、羽”，则“角”和“徵”对应的琴弦长度之比为
 A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{81}{64}$ C. $\frac{32}{27}$ D. $\frac{9}{8}$
5. 函数 $f(x) = \frac{\cos x - 2x^2}{2x - \sin x}$ 的部分图象大致是



文科数学试题 第1页(共4页)

6. 执行如图所示的程序框图, 输出 S 的值为

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6



7. 设 α, β 是两个不同的平面, m, n 是两条不同的直线, 下列说法正确的是

- A. 若 $m \parallel n, m \parallel \alpha$, 则 $n \parallel \alpha$
 B. 若 $m \perp \alpha, m \perp \alpha, n \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$
 C. 若 $m \subset \alpha, n \subset \beta, m \parallel n$, 则 $\alpha \parallel \beta$
 D. 若 $n \subset \alpha, m \parallel n, m \perp \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$

8. 将函数 $f(x) = 3\sin\left(\frac{1}{2}x - \varphi\right)$ ($|\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度得到

函数 $g(x)$ 的图象, 若 $g\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{3}{2}$, 则 $\varphi =$

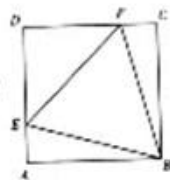
- A. $-\frac{\pi}{4}$ B. $-\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{3}$

9. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的右焦点为 F , 过 F 作 x 轴的垂线, 与双曲线的一个交点为 A , 与渐近线的一个交点为 B , $\vec{AF} = \frac{1}{2}\vec{BF}$, 则双曲线的离心率 $e =$

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

10. 如图, 四边形 $ABCD$ 是正方形, 点 E, F 分别在边 AD, CD 上, $\triangle BEF$ 是等边三角形, 在正方形 $ABCD$ 内随机取一点, 则该点取自 $\triangle BEF$ 内的概率为

- A. $2\sqrt{3} - 3$ B. $2 - \sqrt{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$



11. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $\triangle ABC$ 的面积为 4, $\cos C$ 是方程 $2x^2 + 5x - 3 = 0$ 的一个根, 则 c^2 的最小值为

- A. $4\sqrt{2}$ B. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ C. 3 D. $\frac{16\sqrt{3}}{3}$

12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2x - \frac{4}{x} - 5, & x > 0, \\ -x^2 - 3x - 3, & x \leq 0, \end{cases}$ 若函数 $F(x) = f(x) + m$ 恰有两个不同的零点, 则实数 m 的取值范围是

- A. $(0, +\infty)$ B. $(-\infty, 4\sqrt{3} - 5)$
 C. $(-\infty, -2) \cup (4\sqrt{3} - 5, +\infty)$ D. $[-3, -2) \cup (4\sqrt{3} - 5, +\infty)$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知向量 $a = (3, -1), b - a = (-4, 2)$, 则 $a \cdot b =$ _____.

14. 已知 $\tan 2\alpha = -\frac{4}{3}$, 则 $\sin \alpha \cos \alpha - 3 \cos 2\alpha =$ _____.

15. 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 是正方形, $AA_1 = 2AB$, E, F, G, H 分别是 AD, AB, BC, CC_1 的中点, 则异面直线 EF 与 GH 的夹角的余弦值为 _____.

16. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$), 点 A, F 分别是椭圆 C 的左顶点和左焦点, 直线 AP 与以坐标原点 O 为圆心, b 为半径的圆相切于 P 点, 且 $PF \perp x$ 轴, 则 C 的离心率为 _____.

专注名校自主选拔

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22, 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

某单位在 2019 年重阳节组织 50 名退休职工(男、女各 25 名)旅游, 退休职工可以选择到甲、乙两个景点其中一个去旅游. 他们最终选择的景点的结果如下表:

	男性	女性
甲景点	20	10
乙景点	5	15

(I) 据此资料分析, 是否有 99.5% 的把握认为选择哪个景点与性别有关?

(II) 按照游览不同景点用分层抽样的方法, 在女职工中选取 5 人, 再从这 5 人中随机抽取 2 人进行采访, 求这 2 人游览的景点不同的概率.

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, n = a+b+c+d.$

$P(K^2 \geq k)$	0.010	0.005	0.001
k	6.635	7.879	10.828

18. (12 分)

记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且满足 $S_n = 2a_n - n (n \in \mathbf{N}^*)$.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

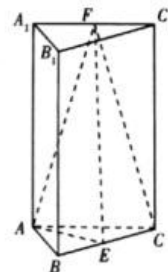
(II) 求证: 数列 $\left\{ \frac{a_n + 1}{a_n a_{n+1}} \right\}$ 的前 n 项和 $T_n < 1$.

19. (12 分)

如图, 在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 侧棱垂直于底面, E, F 分别是 BC, A_1C_1 的中点, $\triangle ABC$ 是边长为 2 的等边三角形, $AA_1 = 2AB$.

(I) 求证: $EF \parallel$ 平面 ABB_1A_1 ;

(II) 求点 C 到平面 AEF 的距离.



20. (12分)

已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的准线与 x 轴交于点 A , 点 $M(2, p)$ 在抛物线 C 上.

(I) 求 C 的方程;

(II) 过点 M 作直线 l , 交抛物线 C 于另一点 N , 若 $\triangle AMN$ 的面积为 $\frac{64}{9}$, 求直线 l 的方程.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = a \ln x + 3x^2 (a \in \mathbb{R})$.

(I) 求 $f(x)$ 的极值;

(II) 设 $g(x) = 2x - \ln x$, 若当 $a = -4$ 时, $f(x) - g(x) \geq 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

[二] 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = -2 + 3\cos \varphi \\ y = 3 + 3\sin \varphi \end{cases} (\varphi$ 为参数). 以坐标原点 O 为极点, x

轴的正半轴为极轴, 建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $\rho \cos \theta + 2\rho \sin \theta - 5 = 0$.

(I) 求曲线 C 的普通方程与直线 l 的直角坐标方程;

(II) 若与 l 平行的直线 l' 与曲线 C 交于 A, B 两点, 且在 x 轴上的截距为整数, $\triangle ABC$ 的面积为 $2\sqrt{5}$, 求直线 l' 的方程.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

已知函数 $f(x) = |5x - 3| - |5x - 2|$.

(I) 求不等式 $f(x) > 3 - 4x$ 的解集;

(II) 若 $\alpha, \beta \in \mathbb{R}^+$, $\frac{1}{\alpha} + \frac{2}{\beta} = 2$, 不等式 $2\alpha + \beta \geq f(x) + 2m^2 + 1$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

关于我们

自主招生在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站 (<http://www.zizzs.com/>) 和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主招生在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线

